

Envariabelanalys

7,5 högskolepoäng

Provmoment:

Ladokkod:

Tentamen ges för:

TentamensKod:

2017-01-12

Tentamensdatum:

Tid:

Hjälpmedel:

Bifogat formelblad

Totalt antal poäng på tentamen:

50 p

För att få respektive betyg krävs:

20p för G

35p för VG

Allmänna anvisningar:

Nästkommande tentamenstillfälle:

Viktigt! Glöm inte att skriva Tentamenskod på alla blad du lämnar in.

Lycka till!

Ansvarig lärare

Mats Desaix

Ank 4652

Tentamen i Envariabelanalys 2017-01-12

Hjälpmedel: Bifogat formelblad. För godkänt krävs minst 20 poäng och för VG minst 35 poäng.

Uppgift 1 Derivera funktionerna med avseende på x ,

a) $\sin(\pi/4)$ (1p)

b) $x \ln(x) - x$ (2p)

c) $\sqrt{1+x^2}$ (2p)

svaren skall vara förenklade så långt som möjligt.

Uppgift 2 Beräkna gränsvärdena (5p)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctan(x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x}$$

Uppgift 3 Bestäm ekvationen för den cirkel som passerar igenom origo och de två punkter där $y = x/2 - 1$ skär cirkeln $x^2 + y^2 = 4$. Vilken radie har cirkeln och var ligger mittpunkten? Gör en figur! (5p)

Uppgift 4 Beräkna den generaliserade integralen (5p)

$$\int_0^{\infty} \frac{2}{e^x + e^{-x}} dx$$

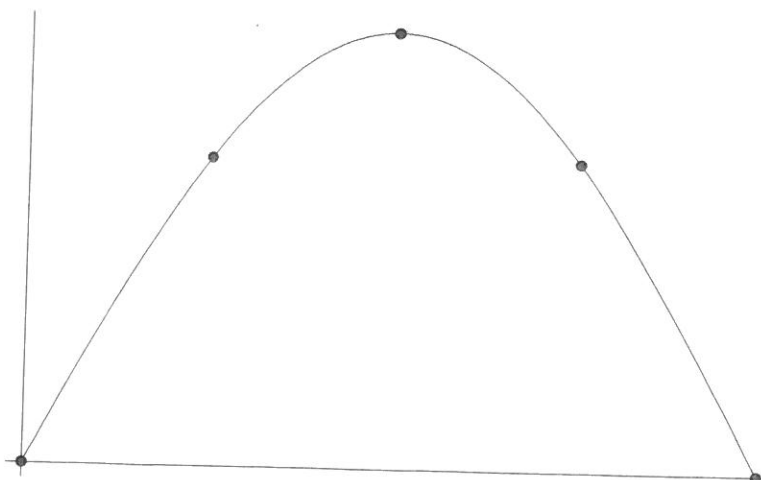
Ledning: Om du vill så kan du använda variabelbytet $u = e^x$, det fungerar.

Uppgift 5 Använd Simpson's formel (5p)

$$S_n = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 4y_{n-1} + y_n)$$

med $n = 4$ för att approximera integralen

$$\int_0^{\pi} \sin(x) dx$$



Uppgift 6 Lös begynnelsevärdesproblemet (5p)

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 4 \\ y(0) = 5 \\ y'(0) = 3 \end{cases}$$

Uppgift 7 Bestäm MacLaurin Polynomet av ordning två (5p)

$$P_2(x) = f(0) + f'(0)x + f''(0)\frac{x^2}{2}$$

till $f(x) = \sqrt{1+x}$, och bestäm ett approximativt värde på integralen

$$\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^3} dx$$

med hjälp av ditt MacLaurin polynom, genom att beräkna

$$\int_{-1}^1 P_2(-x^3) dx$$

Du behöver inte göra någon feluppskattning.

Uppgift 8 Beräkna den obestämda integralen (5p)

$$\int \left(\frac{x+1}{x^3+1} + \sin^2(x) \right) dx$$

Uppgift 9 Beräkna den bestämda integralen (5p)

$$\int_1^2 \cos(\ln x) dx$$

Ledning: Du kan använda upprepad partiell integration för att bestämma en primitivfunktion till integranden.

Uppgift 10 En behållare innehåller 40 liter rent vatten. Saltvatten med 3 gram salt per liter rinner in i tanken med flödet $q_{in} = 2$ liter per minut. Den noga omrörda vätskan tappas samtidigt av med utflödet $q_{ut} = 3$ liter per minut. Saltmängden i tanken beskrivs av differentialekvationen (5p)

$$\frac{dm}{dt} = 6 - \frac{3m}{40-t}, \quad 0 \leq t \leq 40$$

med begynnelsevillkoret $m(0) = 0$.

- Beräkna mängden salt i behållaren när mängden saltvatten i den har minskat till 20 liter.
- När är mängden salt i behållaren som störst?

Lycka till!
Mats Desaix

Formelblad

| <u>Grader</u> | <u>Radianer</u> | <u>sin</u> | <u>cos</u> |
|---------------|-----------------|--------------|--------------|
| 0° | 0 | 0 | 1 |
| 30° | $\pi/6$ | $1/2$ | $\sqrt{3}/2$ |
| 45° | $\pi/4$ | $1/\sqrt{2}$ | $1/\sqrt{2}$ |
| 60° | $\pi/3$ | $\sqrt{3}/2$ | $1/2$ |
| 90° | $\pi/2$ | 1 | 0 |

Additionsformler

$$\begin{cases} \sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta) \\ \cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta) \end{cases}$$

Trigonometriska ettan

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

Derivator

$$D \sin(x) = \cos(x)$$

$$D \cos(x) = -\sin(x)$$

$$D \tan(x) = 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)} = \sec^2(x)$$

$$D \arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$D \arccos(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$D \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$$