



HÖGSKOLAN I BORÅS

## Matematisk analys

7,5 högskolepoäng

Provmoment: Tentamen

Ladokkod: A104TG

Tentamen ges för: Industriell ekonomi, affärsingenjör, logistikingenjör,  
arbetsorganisation och ledarskap.

TentamensKod: \_\_\_\_\_

Tentamensdatum: 2017-01-09

Tid: 14:00 – 18:00

Hjälpmedel: Endast  
skrivmaterial

Totalt antal poäng på tentamen: 50 p

För att få respektive betyg krävs: Betyg 3 krävs minst 20 poäng. Betyg 4 kräver minst 30 poäng, betyg 5 kräver minst 40 poäng.

Allmänna anvisningar: Se tentamensten

Nästkommande tentamenstillfälle: Se relevant sida på högskolans webb.

*Rättningstiden är i normalfall 15 arbetsdagar, annars är det detta datum som gäller:*

*Viktigt! Glöm inte att skriva Tentamenskod på alla blad du lämnar in.*

*Lycka till!*

Ansvarig lärare: Anders Bengtsson

Telefonnummer: 0709-324739



## Tentamen i Matematisk analys 2017-01-09 för IE

Hjälpmedel: skrivmaterial. Alla uppgifter ger max 5 poäng.

Betygsskala: för betyg 3 krävs minst 20 poäng. Betyg 4 kräver minst 30 poäng, betyg 5 kräver minst 40 poäng.

**För kvalitetsäker rättning, följ följande INSTRUKTIONER exakt:**

- Lossa alla inlämnade papper från varandra!
- Skriv alla svar/lösningar i rätt ordning: 1, 2, 3, ..., 10.
- Lägg alla inlämnade papper i rätt ordning!
- Lämna inte in några blanka papper!
- Skriv inte på baksidorna!
- Renskriv svar och lösningar tydligt!
- Lämna inte in några kladdpapper!
- På del 1: SKRIV ENBART SVAR – INGA LÖSNINGAR!  
[Lösningar gör det enbart svårare att läsa av ditt svar]  
Skriv inga svar på tentamenstesesen.
- På del 2: Lösningarna ska gå att följa!

**BONUS:**

Den som följer dessa regler – samtliga och till punkt och pricka och utan undantag – och som vid sammanräkningen av poäng hamnar 1 poäng under en betygsgräns kommer automatiskt att höjas ett betyg: U till 3, 3 till 4 eller 4 till 5.

**DEL 1. ENBART SVAR. 1 poäng per deluppgift om inget annat skrivs, totalt 20 poäng.**

1. Beräkna derivatorna  $f'(x)$  till följande funktioner

(a)  $f(x) = x^5 + x^3$

(b)  $f(x) = x \ln x$

(c)  $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$

(d)  $f(x) = \cos x \cdot \sin x$

(e)  $f(x) = (x^2 + 2)^5$

2. Beräkna primitiver  $F(x)$  till följande funktioner

(a)  $f(x) = x^2 - 3$

(b)  $f(x) = x^{2/3}$

(c)  $f(x) = \sin(5x)$

(d)  $f(x) = 1 + x^{-1}$

(e)  $f(x) = 2xe^{x^2}$

3. Besvara nedanstående påståenden med **Rätt** eller **Fel**:

(a) Den karakteristiska ekvationen  $r^2 + 4r - 77 = 0$  har lösningarna  $x = 7$  och  $x = -11$ .

(b) Partialbråksuppdelningen av  $\frac{x+4}{x^2+2x-35}$  är  $\frac{1}{x-5} + \frac{1}{x+7}$

(c)  $\int x^3 \ln x dx = -\frac{x^4}{16} + \frac{x^4}{4} \ln x$

(d) Funktionen  $y = 2x - 4$  är en partikulärlösning till differentialekvationen  $y' + 3y = x^2 - 3x - 2$

(e) Om andraderivatan för en funktion är noll i en stationär punkt så vet man därmed inget om huruvida den stationära punkten är ett maximum, minimum eller en terrasspunkt.

4. Lös följande differentialekvationer fullständigt

(a)  $y' = x^2 + x$

(b)  $y'' = x + 1$

Bestäm en partikulärlösning till följande differentialekvation

(c)  $y' + y = 2x$

Lös följande differentialekvation med mönsterpassning mot

$$f'(x)y + f(x)y' = \mathcal{D}(f(x)y) = g(x)$$

(d)  $3x^2y + x^3y' = x$

Lös följande separabla differentialekvation

(e)  $yy' = e^x$

**DEL 2. Noggranna lösningar. Max 5 poäng per uppgift.**

5. (a) Taylorutveckla funktionen

$$f(x) = \sqrt{x} + \ln x$$

till andra ordningen kring punkten  $x = 1$ . (3p)

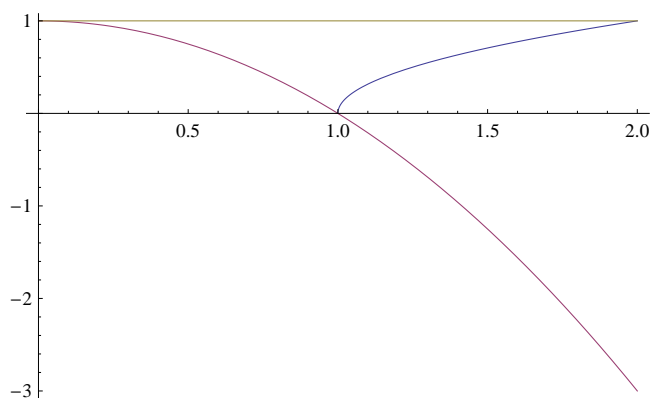
(b) Skriv om Taylorpolymet på normalform. (1p)

(c) Använd Taylorpolynommet för att beräkna ett närmevärde för  $f(2)$ . (Det korrekta värdet med tre decimaler är 2,107) (1p)

6. Ett område i  $(x, y)$ -planet begränsas av de tre kurvorna

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{x-1} \\ g(x) &= -x^2 + 1 \\ h(x) &= 1 \end{aligned}$$

Se figur nedan.



Beräkna områdets area!

7. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y' + 2y = x^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

8. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' + 25y = 5 \sin x$$

9. Analysera funktionen

$$f(x) = (x^2 - 7x + 13)e^x$$

Närmare bestämt: Bestäm eventuella nollställen och stationära punkter och avgör de stationära punkternas karaktär (maximum, minimum, terrass). Avgör var funktionen är växande respektive avtagande. Skissa funktionens graf i ett lämpligt intervall (så att utmärkande drag framkommer).

10. Beräkna den primitiva funktionen

$$\int (3 + \sqrt{x+3})^{1/2} dx$$

Hjälp: Variabelsubstitution variant (II) kan tillämpas, dvs använd ett lämpligt inverst funktionspar  $x = g(t) \Leftrightarrow t = g^{-1}(x)$ .